

Turbulence

Jacques Le Bourlot
Observatoire de Paris & Université Paris-Diderot

12 Décembre 2012

Intermittence

Intermittence

❖ Intermittence

- ❖ NIG
- ❖ Lien ζ_p -Ailes
- ❖ Larson
- ❖ Béta-Modèle
- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage
- ❖ CH+

Transport passif

- Fonctions de structure d'ordre p :

$$\langle [\Delta v(r)]^p \rangle \propto r^{\xi_p}$$

Intermittence

Intermittence

❖ Intermittence

- ❖ NIG
- ❖ Lien ζ_p -Ailes
- ❖ Larson
- ❖ Béta-Modèle
- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage
- ❖ CH+

Transport passif

- Fonctions de structure d'ordre p :

$$\langle [\Delta v(r)]^p \rangle \propto r^{\xi_p}$$

- Kolmogorov (généralisation des lois de similarité) :

$$\xi_p = \frac{p}{3}$$

Intermittence

Intermittence

❖ Intermittence

- ❖ NIG
- ❖ Lien ζ_p -Ailes
- ❖ Larson
- ❖ Béta-Modèle
- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage
- ❖ CH+

Transport passif

- Fonctions de structure d'ordre p :

$$\langle [\Delta v(r)]^p \rangle \propto r^{\xi_p}$$

- Kolmogorov (généralisation des lois de similarité) :

$$\xi_p = \frac{p}{3}$$

- Signature de l'intermittence :

◆ On constate que $\xi_p < \frac{p}{3}$ pour $p > 3$.

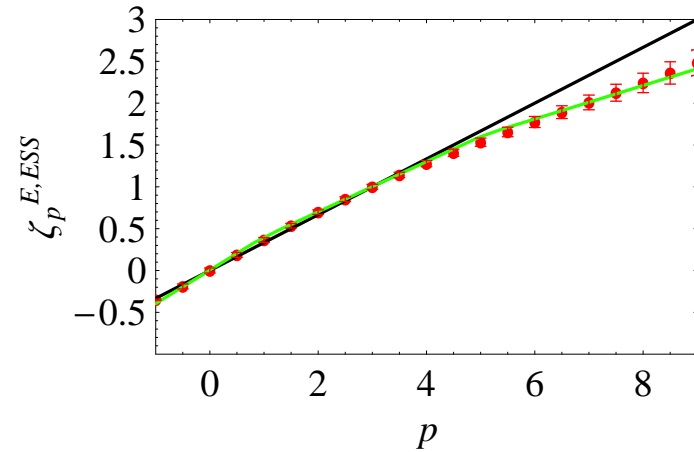
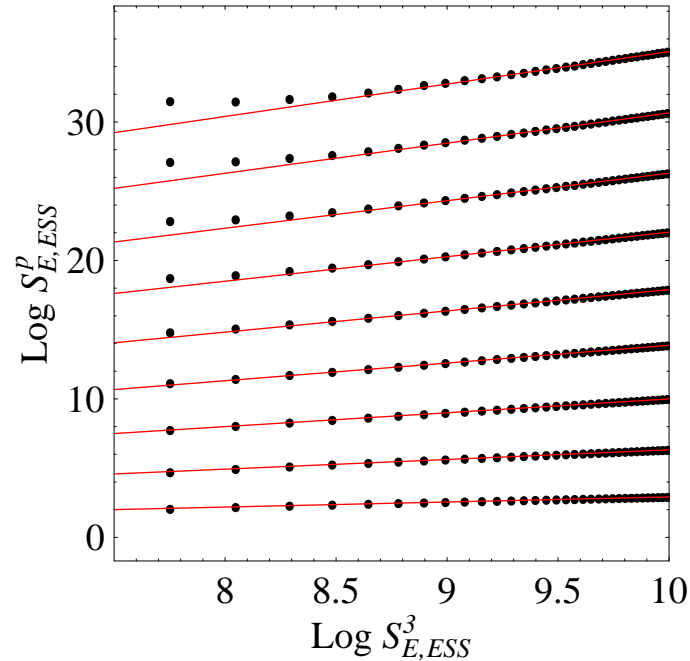
Intermittence

Intermittence

❖ Intermittence

- ❖ NIG
- ❖ Lien ζ_p -Ailes
- ❖ Larson
- ❖ Béta-Modèle
- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage
- ❖ CH+

Transport passif



ESS : “Extended Self-Similarity” (Benzi 93), (Berg 06) :

$$\langle [\Delta v(r)]^p \rangle \propto \langle [\Delta v(r)]^3 \rangle^{\zeta_p}$$

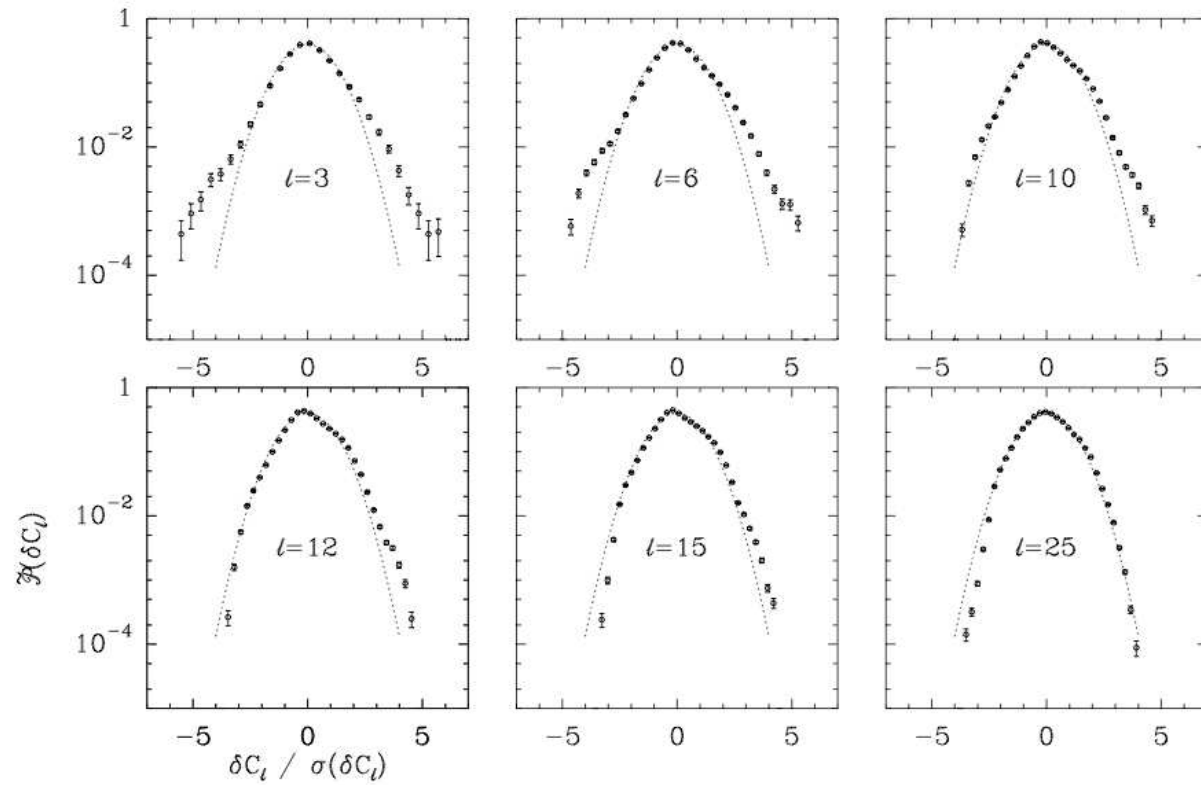
Intermittence

Intermittence

❖ Intermittence

- ❖ NIG
- ❖ Lien ζ_p -Ailes
- ❖ Larson
- ❖ Béta-Modèle
- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage
- ❖ CH+

Transport passif



Hily-Blant, Falgarone & Pety (2008)

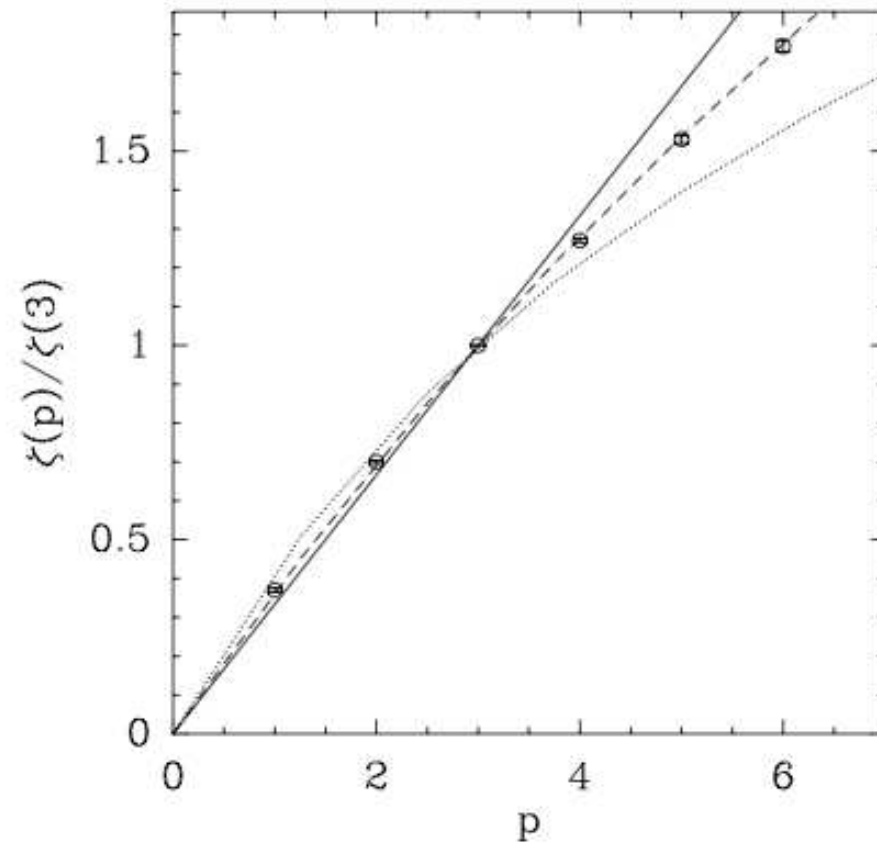
Intermittence

Intermittence

❖ Intermittence

- ❖ NIG
- ❖ Lien ζ_p -Ailes
- ❖ Larson
- ❖ Béta-Modèle
- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage
- ❖ CH+

Transport passif



Hily-Blant, Falgarone & Pety (2008)

Normal Inverse Gaussian Distribution

Intermittence

❖ Intermittence

❖ NIG

❖ Lien ζ_p -Ailes

❖ Larson

❖ Béta-Modèle

❖ Log-Poisson

❖ Dissipation

❖ Turbulence MIS

❖ Gradient

❖ Chauffage

❖ CH+

Transport passif

$$NIG(x) = \frac{\alpha \delta K_1 \left(\alpha \sqrt{\delta^2 + (x - \mu)^2} \right)}{\pi \sqrt{\delta^2 + (x - \mu)^2}} \exp(\delta \gamma + \beta (x - \mu))$$

- $K_1(x)$: Fonction de Bessel modifiée de seconde espèce.
- μ : Position du sommet de la distribution
- α : Amplitude des ailes
- β : Asymétrie
- δ : Paramètre d'échelle (tel que $N(x, \delta) = N(x/\delta, 1)$)

Normal Inverse Gaussian Distribution

Intermittence

❖ Intermittence

❖ NIG

❖ Lien ζ_p -Ailes

❖ Larson

❖ Béta-Modèle

❖ Log-Poisson

❖ Dissipation

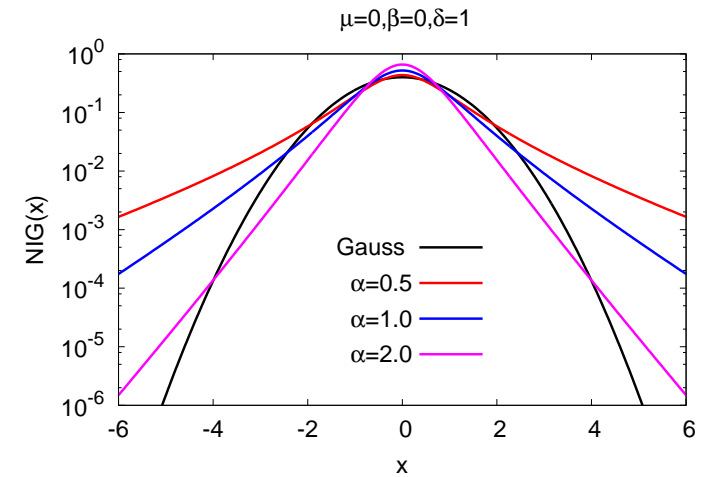
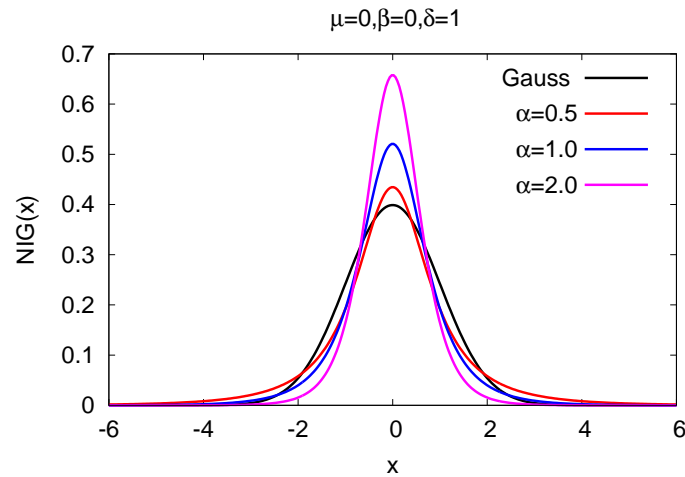
❖ Turbulence MIS

❖ Gradient

❖ Chauffage

❖ CH+

Transport passif



Influence de α

Normal Inverse Gaussian Distribution

Intermittence

❖ Intermittence

❖ **NIG**

❖ Lien ζ_p -Ailes

❖ Larson

❖ Béta-Modèle

❖ Log-Poisson

❖ Dissipation

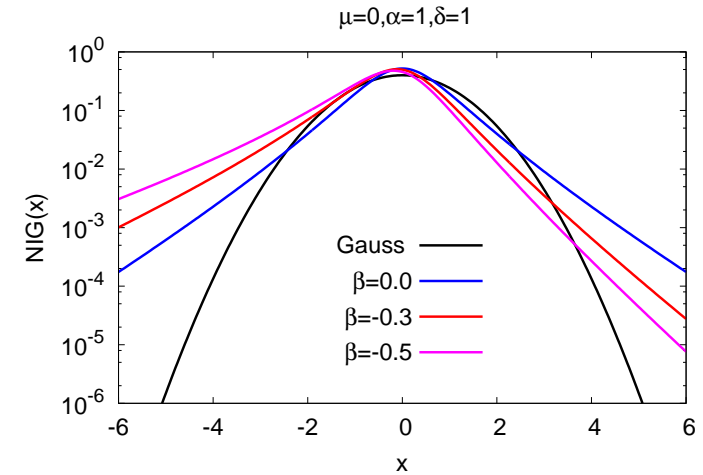
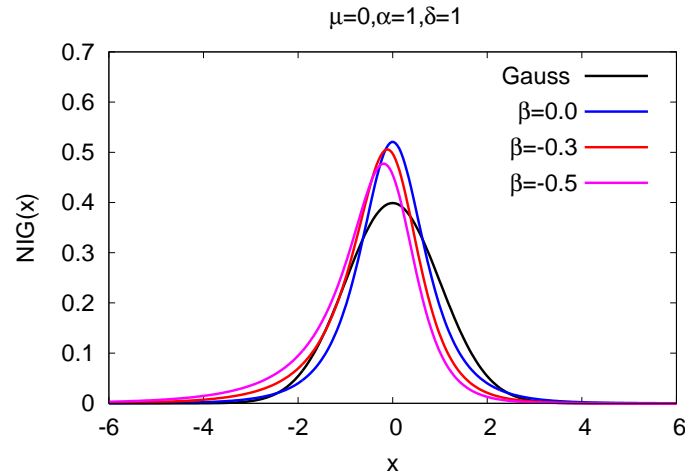
❖ Turbulence MIS

❖ Gradient

❖ Chauffage

❖ CH+

Transport passif



Influence de β

Lien intermittence et Ailes non-Gaussiennes

Intermittence

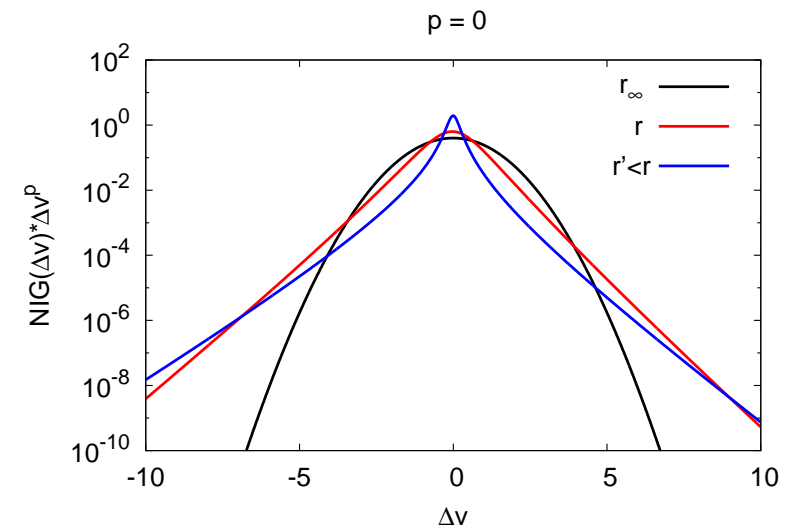
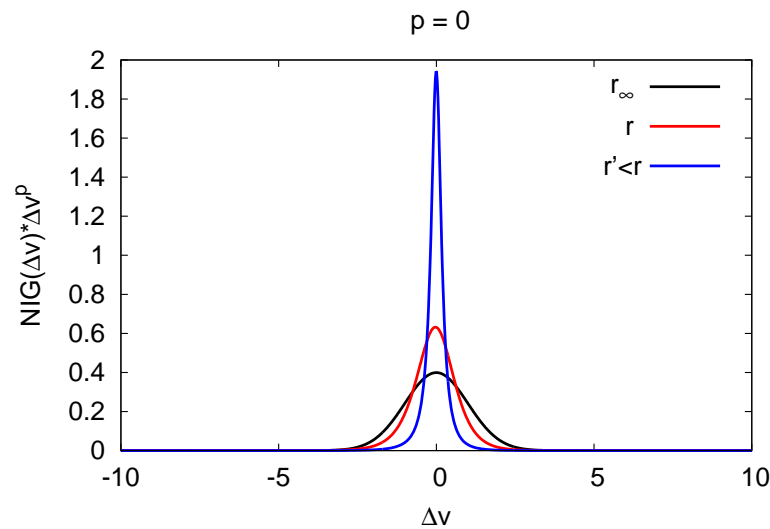
- ❖ Intermittence
- ❖ NIG

❖ Lien ζ_p -Ailes

- ❖ Larson
- ❖ Béta-Modèle
- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage
- ❖ CH+

Transport passif

$$\langle [\Delta v(r)]^p \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} [\Delta v(r)]^p f(\Delta v(r)) d(\Delta v(r))$$



Lien intermittence et Ailes non-Gaussiennes

Intermittence

❖ Intermittence

❖ NIG

❖ Lien ζ_p -Ailes

❖ Larson

❖ Béta-Modèle

❖ Log-Poisson

❖ Dissipation

❖ Turbulence MIS

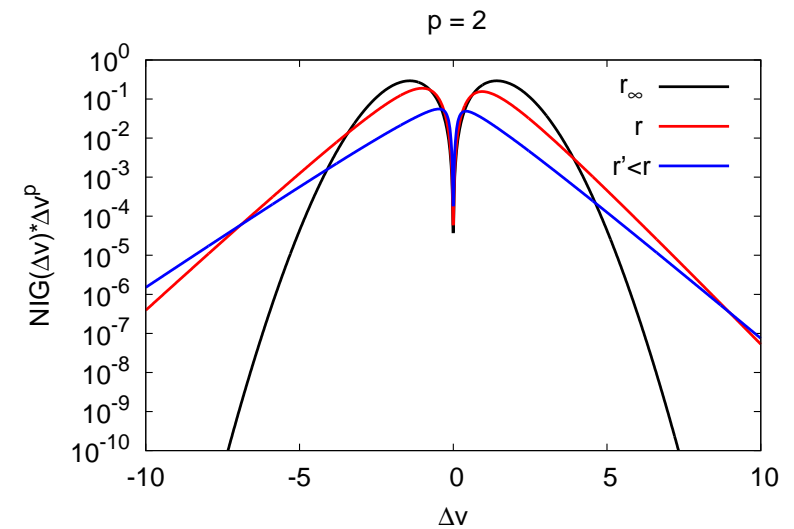
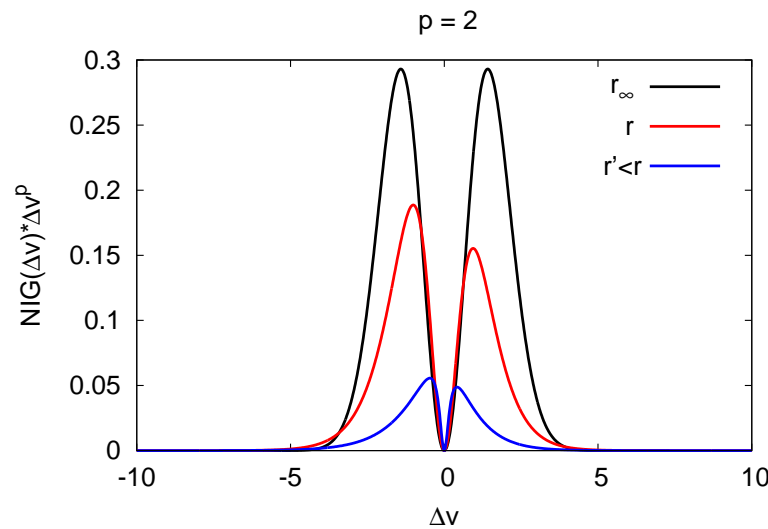
❖ Gradient

❖ Chauffage

❖ CH+

Transport passif

$$\langle [\Delta v(r)]^p \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} [\Delta v(r)]^p f(\Delta v(r)) d(\Delta v(r))$$



- Quand p augmente, le poids des ailes augmente.
- L'effet est plus fort pour les petits r .

Lien intermittence et Ailes non-Gaussiennes

Intermittence

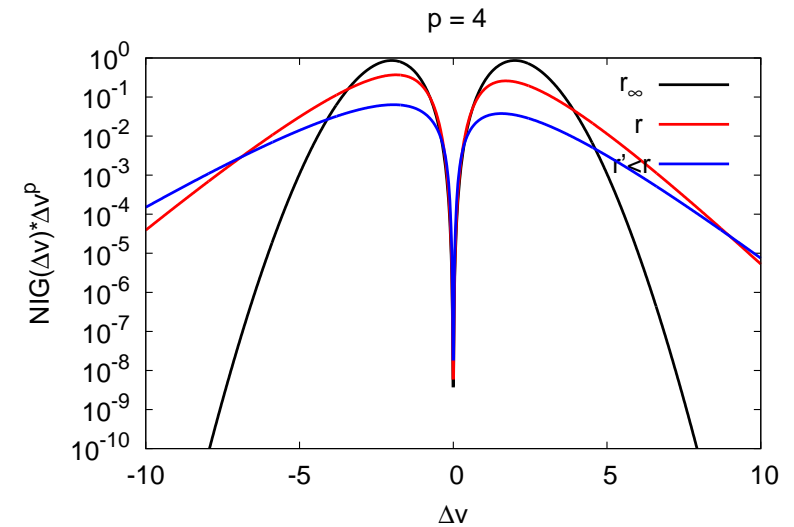
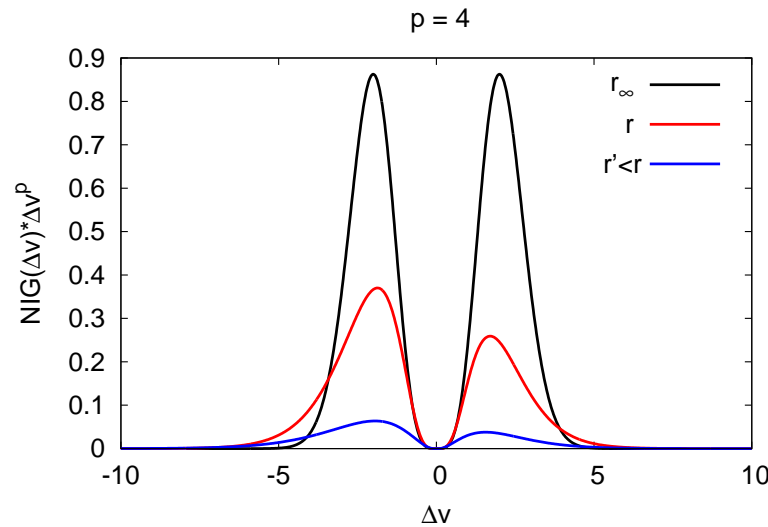
- ❖ Intermittence
- ❖ NIG

❖ Lien ζ_p -Ailes

- ❖ Larson
- ❖ Béta-Modèle
- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage
- ❖ CH+

Transport passif

$$\langle [\Delta v(r)]^p \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} [\Delta v(r)]^p f(\Delta v(r)) d(\Delta v(r))$$



- Quand p augmente, le poids des ailes augmente.
- L'effet est plus fort pour les petits r .

Lien intermittence et Ailes non-Gaussiennes

Intermittence

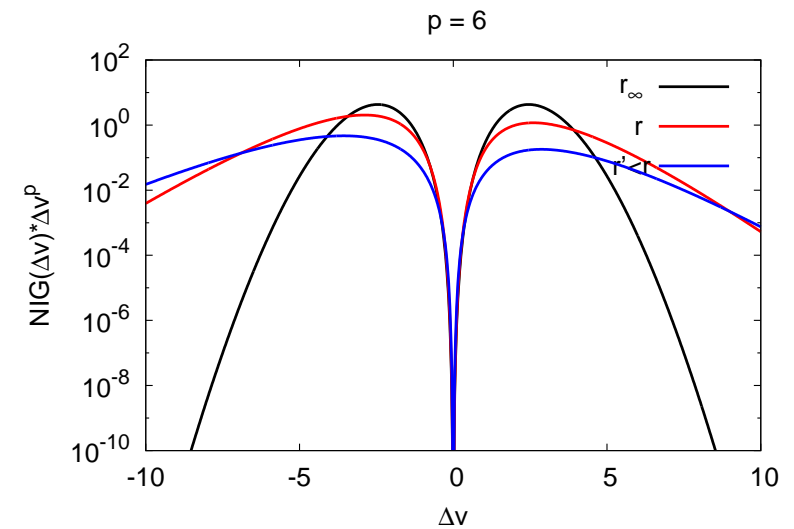
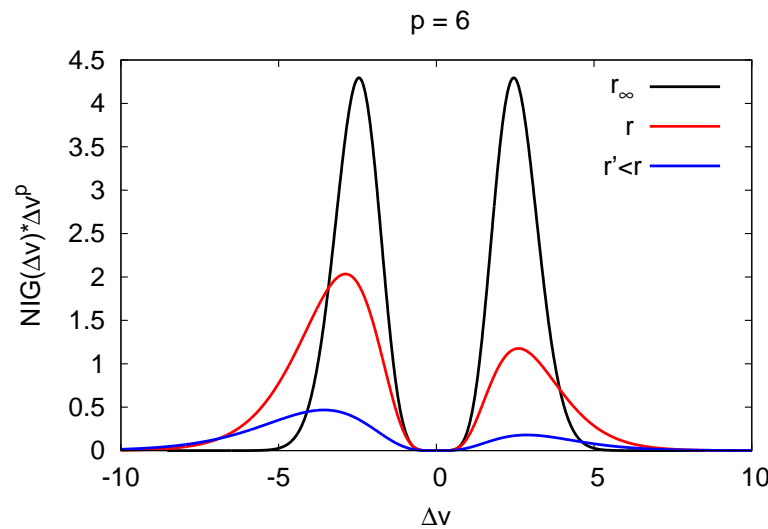
- ❖ Intermittence
- ❖ NIG

❖ Lien ζ_p -Ailes

- ❖ Larson
- ❖ Béta-Modèle
- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage
- ❖ CH+

Transport passif

$$\langle [\Delta v(r)]^p \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} [\Delta v(r)]^p f(\Delta v(r)) d(\Delta v(r))$$



- Quand p augmente, le poids des ailes augmente.
- L'effet est plus fort pour les petits r .

Lien intermittence et Ailes non-Gaussiennes

Intermittence

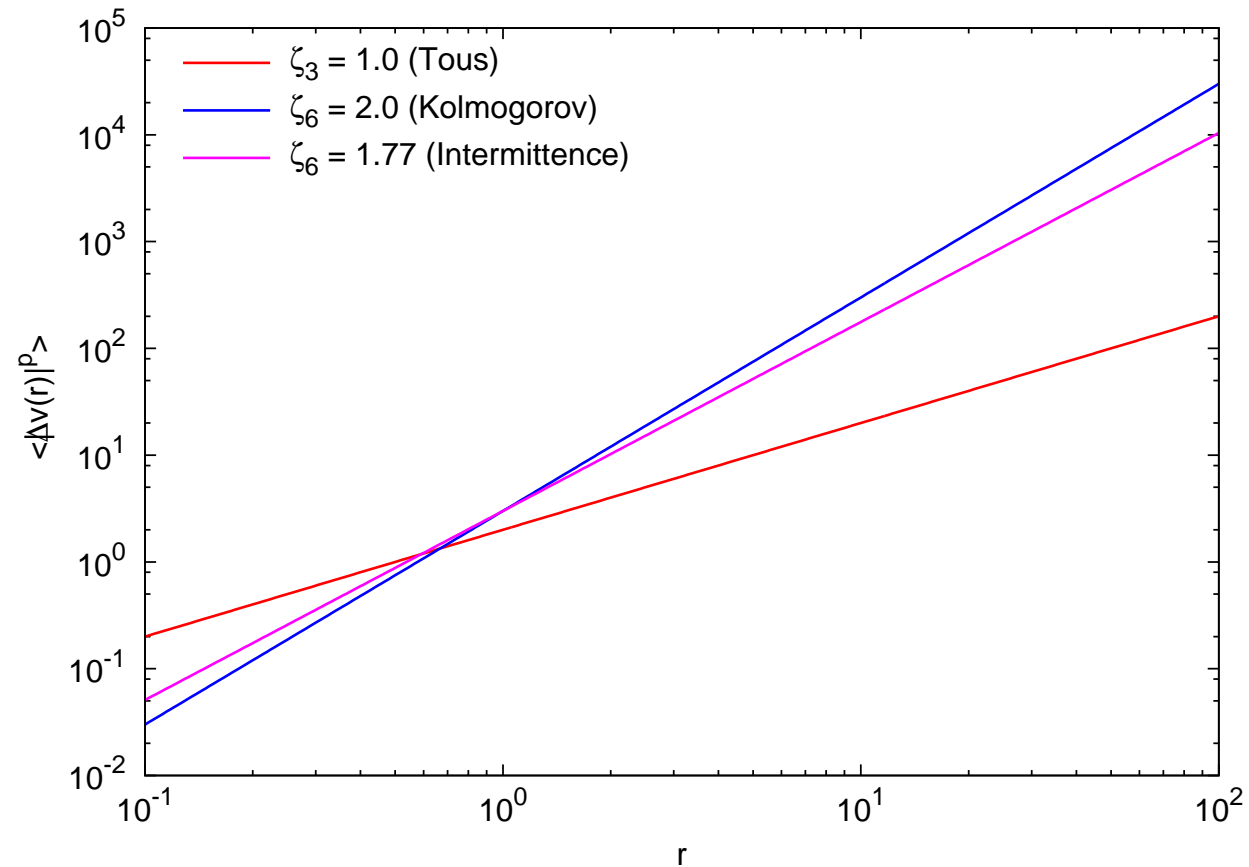
- ❖ Intermittence
- ❖ NIG

❖ Lien ζ_p -Ailes

- ❖ Larson
- ❖ Béta-Modèle
- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage
- ❖ CH+

Transport passif

$$\langle [\Delta v(r)]^p \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} [\Delta v(r)]^p f(\Delta v(r)) d(\Delta v(r))$$



Lois de Larson

Intermittence

❖ Intermittence

❖ NIG

❖ Lien ζ_p -Ailes

❖ Larson

❖ Béta-Modèle

❖ Log-Poisson

❖ Dissipation

❖ Turbulence MIS

❖ Gradient

❖ Chauffage

❖ CH+

Transport passif

- Relation Masse - Dispersion de vitesse (Larson, R. 1981) :

$$\sigma \propto L^{0.4}$$

Lois de Larson

Intermittence

- ❖ Intermittence
- ❖ NIG
- ❖ Lien ζ_p -Ailes

❖ Larson

- ❖ Béta-Modèle
- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage
- ❖ CH+

Transport passif

- Relation Masse - Dispersion de vitesse (Larson, R. 1981) :

$$\sigma \propto L^{0.4}$$

- Relation Masse - Taille (Larson, R. 1992) :

$$M \propto L^2$$

Lois de Larson

Intermittence

- ❖ Intermittence
- ❖ NIG
- ❖ Lien ζ_p -Ailes

❖ Larson

- ❖ Béta-Modèle
- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage
- ❖ CH+

Transport passif

- Relation Masse - Dispersion de vitesse (Larson, R. 1981) :

$$\sigma \propto L^{0.4}$$

- Relation Masse - Taille (Larson, R. 1992) :

$$M \propto L^2$$

- Relation Température - Densité (Larson, R. 2005) :

$$T \propto n^{0.7}$$

Lois de Larson

Intermittence

- ❖ Intermittence
- ❖ NIG
- ❖ Lien ζ_p -Ailes

❖ Larson

- ❖ Béta-Modèle
- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage
- ❖ CH+

Transport passif

- Relation Masse - Dispersion de vitesse (Larson, R. 1981) :

$$\sigma \propto L^{0.4}$$

- Relation Masse - Taille (Larson, R. 1992) :

$$M \propto L^2$$

- Relation Température - Densité (Larson, R. 2005) :

$$T \propto n^{0.7}$$

Le milieu interstellaire est fractal !

β -Modèle

Intermittence

- ❖ Intermittence
- ❖ NIG
- ❖ Lien ζ_p -Ailes
- ❖ Larson

❖ Béta-Modèle

- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage
- ❖ CH+

Transport passif

- Intermittence \Rightarrow Les petites structures ne remplissent pas tout l'espace.

β -Modèle

Intermittence

- ❖ Intermittence
- ❖ NIG
- ❖ Lien ζ_p -Ailes
- ❖ Larson

❖ Béta-Modèle

- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage
- ❖ CH+

Transport passif

- Intermittence \Rightarrow Les petites structures ne remplissent pas tout l'espace.
- A chaque cascade, la fraction p_n de volume "actif" est β fois la fraction p_{n-1} .

β -Modèle

Intermittence

- ❖ Intermittence
- ❖ NIG
- ❖ Lien ζ_p -Ailes
- ❖ Larson

❖ Béta-Modèle

- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage
- ❖ CH+

Transport passif

- Intermittence \Rightarrow Les petites structures ne remplissent pas tout l'espace.
- A chaque cascade, la fraction p_n de volume "actif" est β fois la fraction p_{n-1} .
- Passage d'une taille $l_n = \frac{1}{2^n} l_0$ à une taille $l_{n+1} = \frac{1}{2} l_n \Rightarrow$ fraction de volume occupé :

$$p_n = \beta^n$$

β -Modèle

Intermittence

- ❖ Intermittence
- ❖ NIG
- ❖ Lien ζ_p -Ailes
- ❖ Larson
- ❖ **Béta-Modèle**
- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage
- ❖ CH+

Transport passif

- Intermittence \Rightarrow Les petites structures ne remplissent pas tout l'espace.
- A chaque cascade, la fraction p_n de volume "actif" est β fois la fraction p_{n-1} .
- Passage d'une taille $l_n = \frac{1}{2^n} l_0$ à une taille $l_{n+1} = \frac{1}{2} l_n \Rightarrow$ fraction de volume occupé :

$$p_n = \beta^n$$

- D : Dimension fractale de la "région active" :

$$p_n = \left(\frac{l_n}{l_0} \right)^{3-D}$$

$$D = 3 + \frac{\log(\beta)}{\log 2}$$

β -Modèle

Intermittence

- ❖ Intermittence
- ❖ NIG
- ❖ Lien ζ_p -Ailes
- ❖ Larson

❖ Béta-Modèle

- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage
- ❖ CH+

Transport passif

- Énergie à l'échelle n : $\sim v_n^2 p_n \sim v_n^2 \left(\frac{l_n}{l_0}\right)^{3-D}$

β -Modèle

Intermittence

- ❖ Intermittence
- ❖ NIG
- ❖ Lien ζ_p -Ailes
- ❖ Larson

❖ Béta-Modèle

- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage
- ❖ CH+

Transport passif

- Énergie à l'échelle n : $\sim v_n^2 p_n \sim v_n^2 \left(\frac{l_n}{l_0}\right)^{3-D}$
- Temps de retournement : $\sim l_n/v_n$

β -Modèle

Intermittence

- ❖ Intermittence
- ❖ NIG
- ❖ Lien ζ_p -Ailes
- ❖ Larson

❖ Béta-Modèle

- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage
- ❖ CH+

Transport passif

- Énergie à l'échelle n : $\sim v_n^2 p_n \sim v_n^2 \left(\frac{l_n}{l_0}\right)^{3-D}$
- Temps de retournement : $\sim l_n/v_n$
- Flux d'énergie : $\epsilon_n \sim \frac{v_n^3}{l_n} \left(\frac{l_n}{l_0}\right)^{3-D}$

β -Modèle

Intermittence

- ❖ Intermittence
- ❖ NIG
- ❖ Lien ζ_p -Ailes
- ❖ Larson

❖ Béta-Modèle

- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage
- ❖ CH+

Transport passif

- Énergie à l'échelle n : $\sim v_n^2 p_n \sim v_n^2 \left(\frac{l_n}{l_0}\right)^{3-D}$
- Temps de retournement : $\sim l_n/v_n$
- Flux d'énergie : $\epsilon_n \sim \frac{v_n^3}{l_n} \left(\frac{l_n}{l_0}\right)^{3-D}$
- Si $\epsilon_n = \epsilon = Cte$:

$$\frac{v_n^3}{l_n} \left(\frac{l_n}{l_0}\right)^{3-D} = \frac{v_0^3}{l_0}$$

$$v_n = v_0 \left(\frac{l_n}{l_0}\right)^{\frac{1}{3} - \frac{3-D}{3}}$$

β -Modèle

Intermittence

- ❖ Intermittence
- ❖ NIG
- ❖ Lien ζ_p -Ailes
- ❖ Larson
- ❖ **Béta-Modèle**
- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage
- ❖ CH+

Transport passif

- Fonction de structure d'ordre p à l'échelle n : $\delta v_n \sim v_n$ dans une fraction de volume p_n , donc :

$$\langle \delta v_n^p \rangle \sim v_n^p \left(\frac{l_n}{l_0} \right)^{3-D}$$

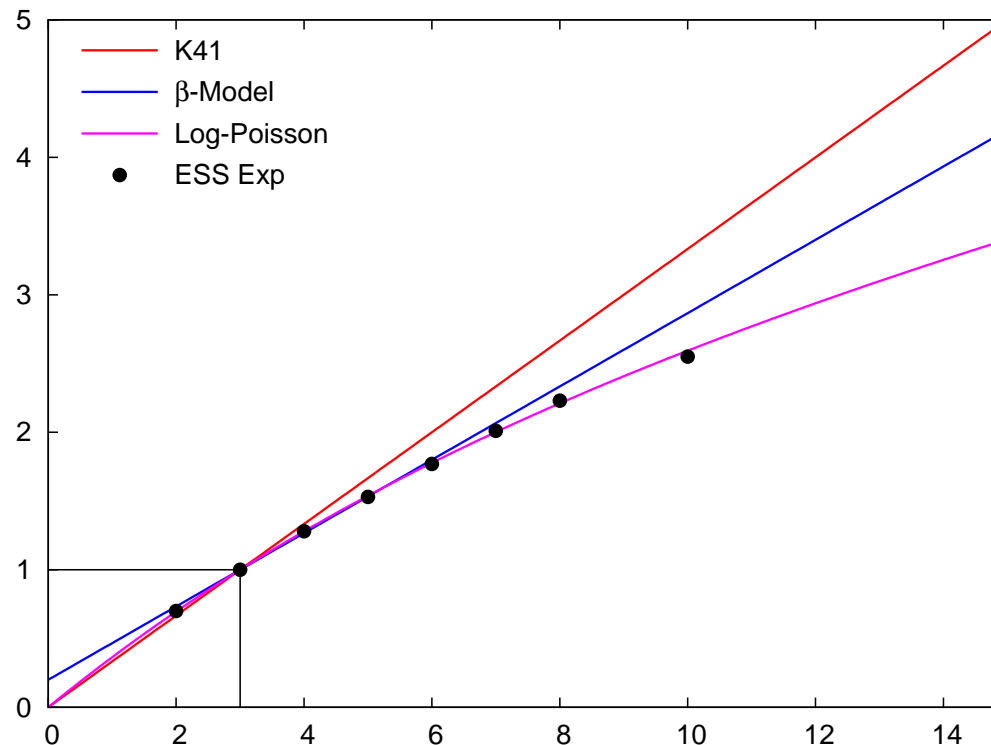
$$\langle \delta v_n^p \rangle \sim v_0^p \left(\frac{l_n}{l_0} \right)^{\frac{p}{3} + (3-D)\left(1 - \frac{p}{3}\right)}$$

$$\zeta_p = \frac{p}{3} + (3 - D) \left(1 - \frac{p}{3} \right)$$

Modèle “Log-Poisson”

She & Lévêque (1994), Dubrulle (1994) :

$$\zeta_p = \frac{p}{9} + 2 - 2 \left(\frac{2}{3} \right)^{p/3}$$



Intermittence

- ❖ Intermittence
- ❖ NIG
- ❖ Lien ζ_p -Ailes
- ❖ Larson
- ❖ Béta-Modèle
- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage
- ❖ CH+

Transport passif

Dissipation

- Concentrée dans des zones très petites.

$$\eta = R_L^{-3/4} L = \frac{1}{2^n} L$$

$$n = \frac{3 \log R_L}{4 \log 2}$$

$$p_\eta = \left(\frac{\eta}{l_0} \right)^{3-D} = (R_L)^{-\frac{3}{4}(3-D)}$$

		p_η			
R_L	n	$D = 2.8$	$D = 2.4$	$D = 2$	$D = 1$
10^9	22	4.4 %	0.01 %	0.2 ppm	$3 \cdot 10^{-14}$
10^{12}	30	1.5 %	4 ppm	10^{-9}	10^{-18}

Intermittence

- ❖ Intermittence
- ❖ NIG
- ❖ Lien ζ_p -Ailes
- ❖ Larson
- ❖ Béta-Modèle
- ❖ Log-Poisson
- ❖ **Dissipation**
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage
- ❖ CH+

Transport passif

Turbulence interstellaire

Intermittence

- ❖ Intermittence
- ❖ NIG
- ❖ Lien ζ_p -Ailes
- ❖ Larson
- ❖ Béta-Modèle
- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage
- ❖ CH+

Transport passif

Échelles	Intégrale	Taylor	Dissipation
Reynolds	R_L	$R_\lambda = 4 R_L^{1/2}$	$R_\eta = 1$
Longueur	L	$\lambda = \sqrt{15} R_L^{-1/2} L$	$\eta = R_L^{-3/4} L$ $= (\nu^3 / \epsilon)^{1/4}$
Vitesse	u_L	$u_\lambda = (\epsilon \lambda)^{1/3}$	$u_\eta = R_L^{-1/4} u_L$ $= (\nu \epsilon)^{1/4}$
Temps	$t_L = L / u_L$	$t_\lambda = \lambda / u_\lambda$	$t_\eta = R_L^{-1/2} t_L$

Turbulence interstellaire

Intermittence

- ❖ Intermittence
- ❖ NIG
- ❖ Lien ζ_p -Ailes
- ❖ Larson
- ❖ Béta-Modèle
- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation

❖ Turbulence MIS

- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage
- ❖ CH+

Transport passif

$\epsilon_{obs} =$ $0.1 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-3}$	Intégrale	Taylor	Dissipation
Reynolds	$R_L = 10^9$	$R_\lambda = 1.2 \cdot 10^5$	$R_\eta = 1$
Longueur (cm)	$L \simeq 10^{19}$	$\lambda \simeq 10^{15}$	$\eta \simeq 2 \cdot 10^{12}$
Longueur (astro)	$L \simeq 3 \text{ pc}$	$\lambda \simeq 80 \text{ UA}$	$\eta \simeq 0.1 \text{ UA}$
Vitesse (km s^{-1})	$u_L \simeq 10$	$u_\lambda \simeq 0.5$	$u_\eta = 0.06$
Temps (yr)	$t_L \simeq 3 \cdot 10^5$	$t_\lambda \simeq 1.6 \cdot 10^4$	$t_\eta = 10$

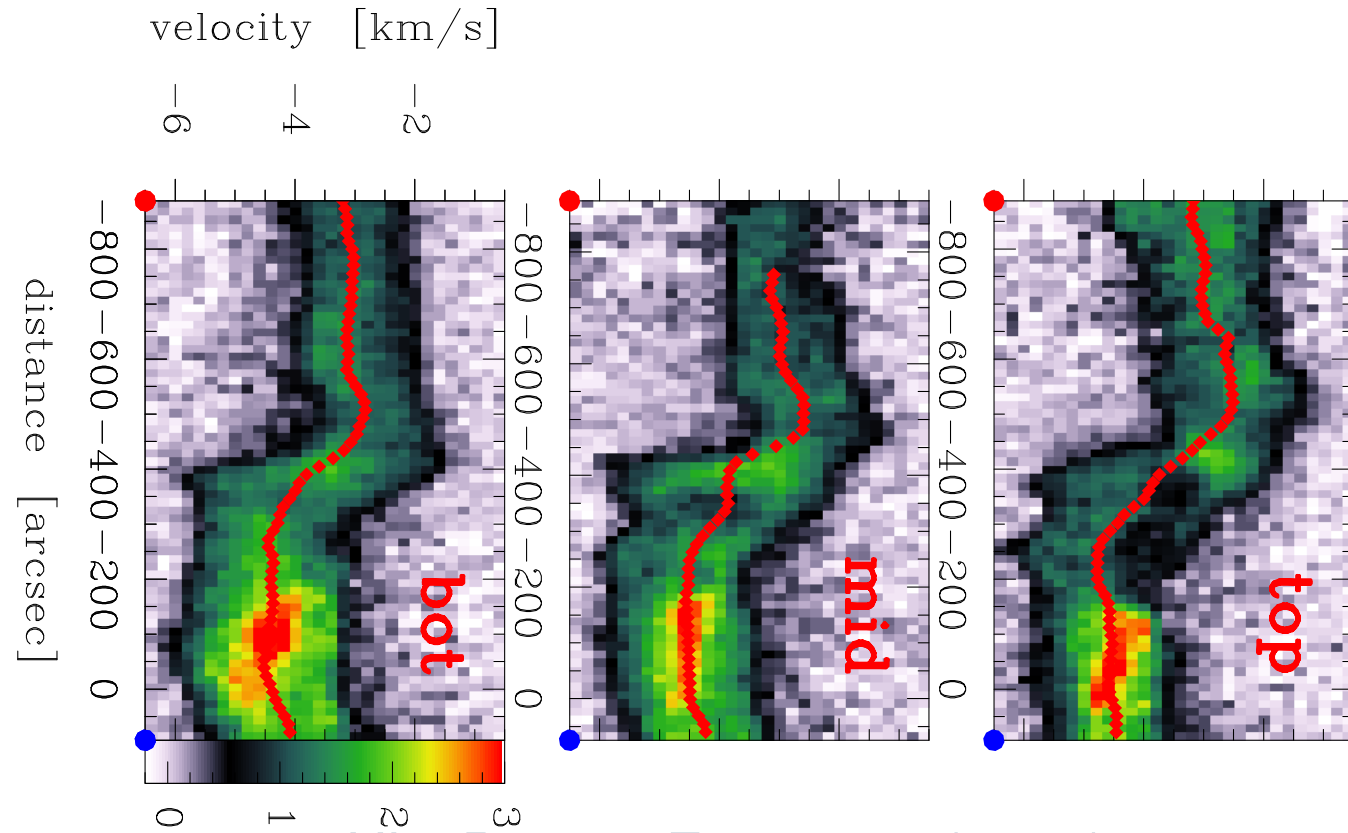
$$1 \text{ pc} \simeq 2 \cdot 10^7 \text{ U.A.} \simeq 3 \cdot 10^{18} \text{ cm}$$

Gradient de vitesse

Intermittence

- ❖ Intermittence
- ❖ NIG
- ❖ Lien ζ_p -Ailes
- ❖ Larson
- ❖ Béta-Modèle
- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage
- ❖ CH+

Transport passif



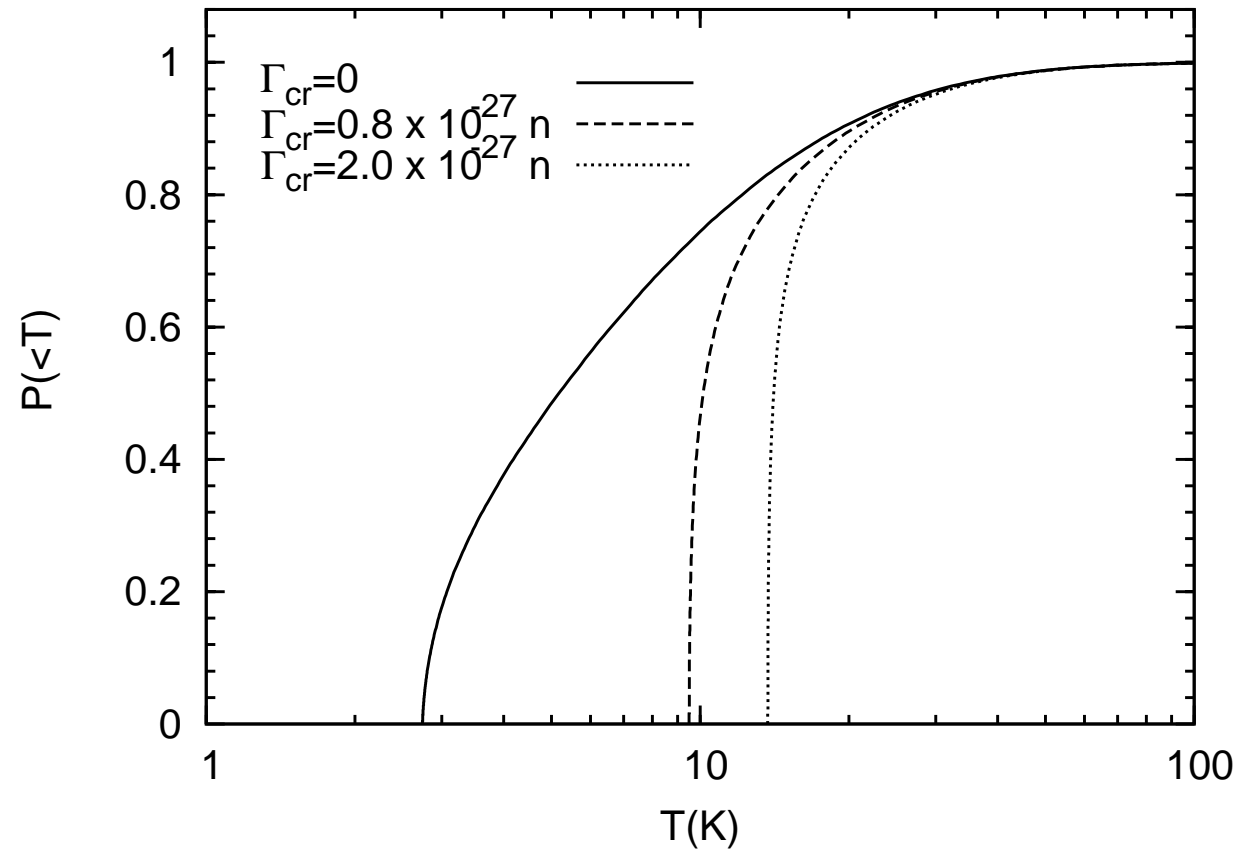
Hily-Blant & Falgarone (2009)

Chauffage

Intermittence

- ❖ Intermittence
- ❖ NIG
- ❖ Lien ζ_p -Ailes
- ❖ Larson
- ❖ Béta-Modèle
- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ **Chauffage**
- ❖ CH+

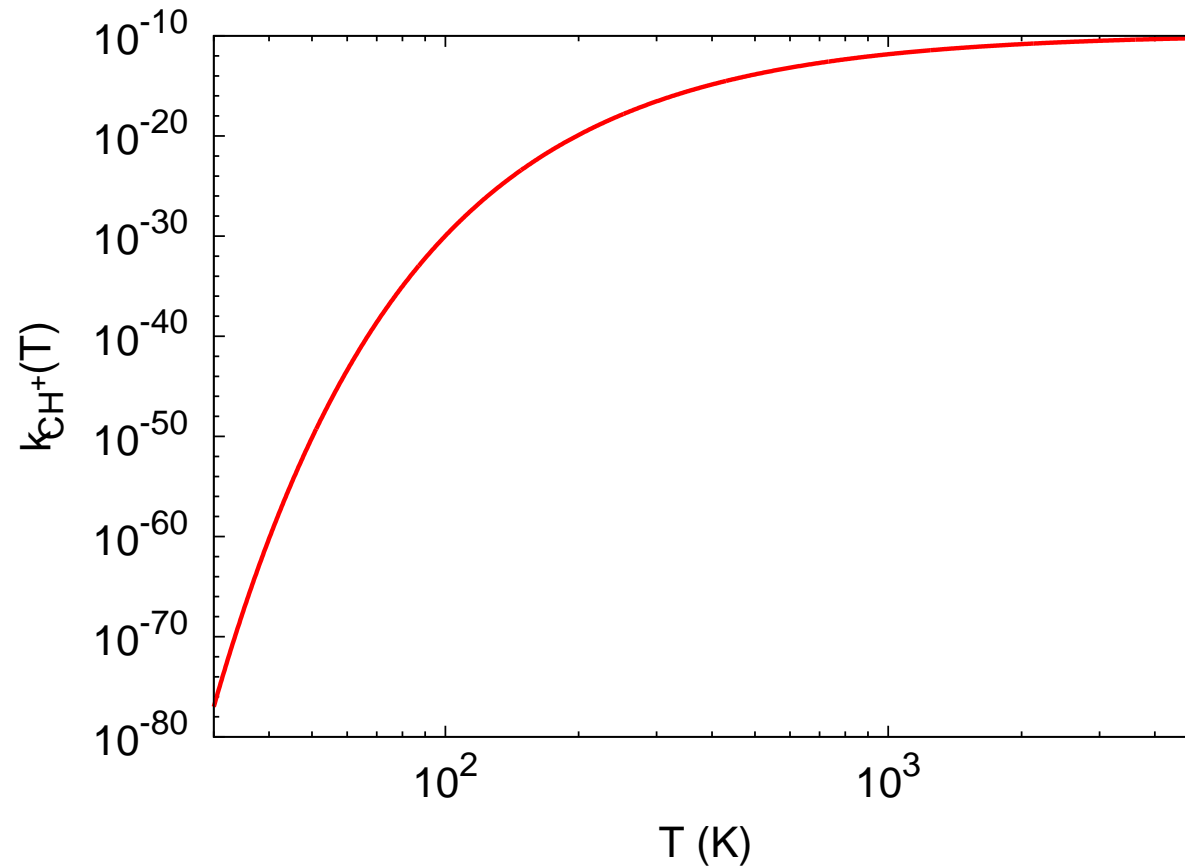
Transport passif



Distribution cumulée de T dans un nuage de 1 pc
(Pan & Padoan, 2009)

Formation de CH^+ dans le MIS

Formation de CH^+



Intermittence

- ❖ Intermittence
- ❖ NIG
- ❖ Lien ζ_p -Ailes
- ❖ Larson
- ❖ Béta-Modèle
- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage

❖ CH^+

Transport passif

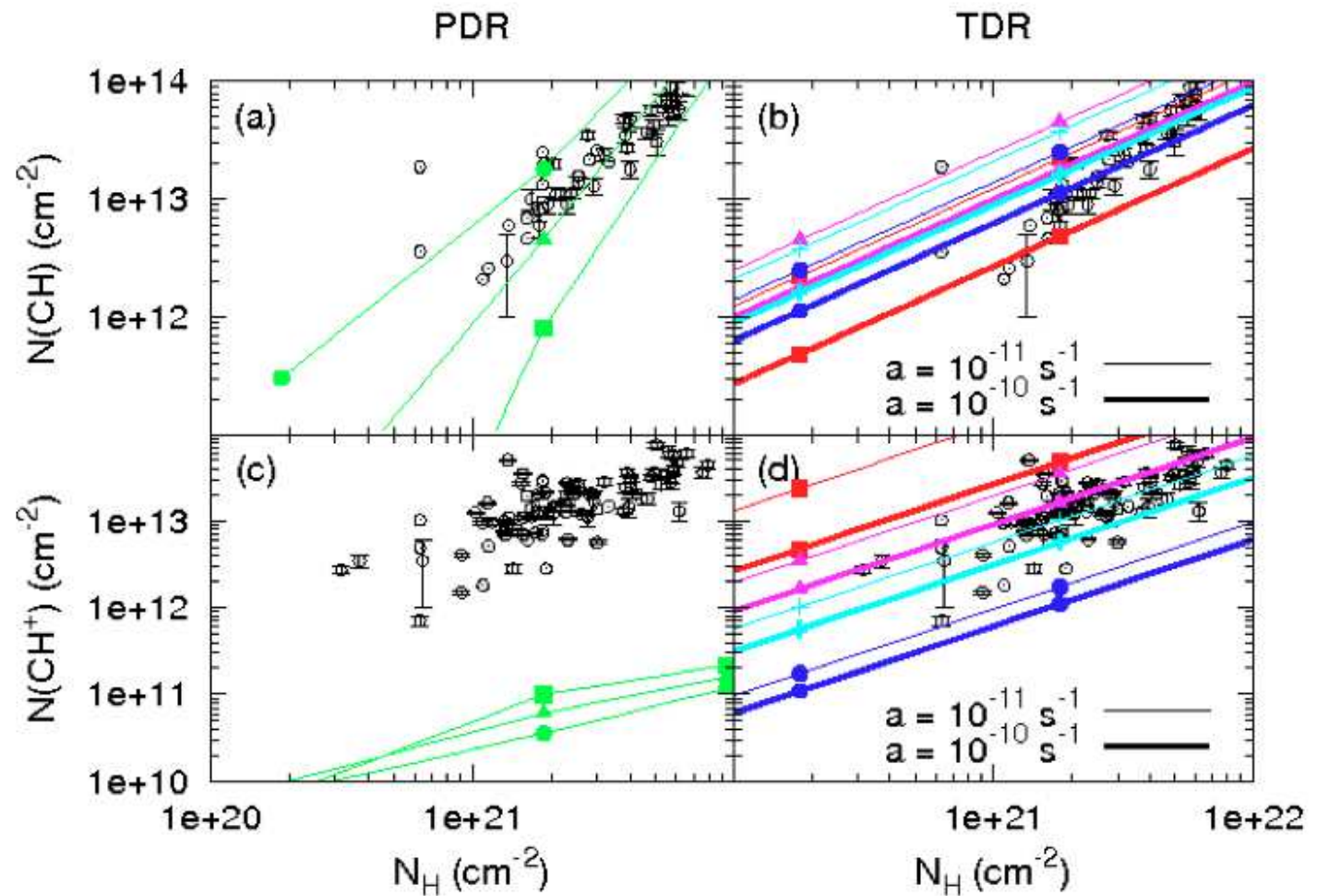
Formation de CH^+ dans le MIS

Intermittence

- ❖ Intermittence
- ❖ NIG
- ❖ Lien ζ_p -Ailes
- ❖ Larson
- ❖ Béta-Modèle
- ❖ Log-Poisson
- ❖ Dissipation
- ❖ Turbulence MIS
- ❖ Gradient
- ❖ Chauffage

❖ CH^+

Transport passif



Goddard et al. (2009)

Advection diffusion d'un scalaire passif

Intermittence

Transport passif

❖ Advection-
diffusion

❖ Taylor

❖ Richardson

- Equation de transport :

$$\frac{D}{Dt} C = \frac{\partial C}{\partial t} + \left(\vec{v} \cdot \vec{\nabla} \right) C = \alpha \Delta C$$

Advection diffusion d'un scalaire passif

Intermittence

Transport passif

❖ Advection-diffusion

❖ Taylor

❖ Richardson

- Equation de transport :

$$\frac{D}{Dt} C = \frac{\partial C}{\partial t} + \left(\vec{v} \cdot \vec{\nabla} \right) C = \alpha \Delta C$$

- Nombre de Peclet :

$$Pe = \frac{lv}{\alpha}$$

Advection diffusion d'un scalaire passif

Intermittence

Transport passif

❖ Advection-
diffusion

❖ Taylor

❖ Richardson

- Equation de transport :

$$\frac{D}{Dt} C = \frac{\partial C}{\partial t} + \left(\vec{v} \cdot \vec{\nabla} \right) C = \alpha \Delta C$$

- Nombre de Peclet :

$$Pe = \frac{l v}{\alpha}$$

- On étudie :

$$Pe \gg 1; \quad Re \gg 1$$

Advection diffusion d'un scalaire passif

Intermittence

Transport passif

❖ Advection-diffusion

❖ Taylor

❖ Richardson

- Echelle inertielle pour la diffusion : η_C

$$Pe(\eta_C) = 1 = \frac{\eta_C v_{\eta_C}}{\alpha}$$

$$\eta_C = L \left(\frac{\alpha}{\nu} \right)^{3/4} Re^{-3/4}$$

Advection diffusion d'un scalaire passif

Intermittence

Transport passif

❖ Advection-diffusion

❖ Taylor

❖ Richardson

- Echelle inertielle pour la diffusion : η_C

$$Pe(\eta_C) = 1 = \frac{\eta_C v_{\eta_C}}{\alpha}$$

$$\eta_C = L \left(\frac{\alpha}{\nu} \right)^{3/4} Re^{-3/4}$$

- Deux problèmes :
 - ◆ Taylor : Distance parcourue par **une** particule.
 - ◆ Richardson : Écart entre **deux** particules.

Problème de Taylor

Intermittence

Transport passif

❖ Advection-
diffusion

❖ Taylor

❖ Richardson

$$\frac{d}{dt} [\mathbf{X}^2] = 2 \mathbf{v} \cdot \mathbf{X} = 2 \mathbf{v}(t) \cdot \int_0^t \mathbf{v}(\tau) d\tau$$

Problème de Taylor

Intermittence

Transport passif

❖ Advection-
diffusion

❖ Taylor

❖ Richardson

$$\frac{d}{dt} [\mathbf{X}^2] = 2 \mathbf{v} \cdot \mathbf{X} = 2 \mathbf{v}(t) \cdot \int_0^t \mathbf{v}(\tau) d\tau$$

$$\frac{d}{dt} [\mathbf{X}^2] = 2 \int_0^t \mathbf{v}(t) \cdot \mathbf{v}(t - \tau) d\tau$$

Problème de Taylor

Intermittence

Transport passif

❖ Advection-
diffusion

❖ Taylor

❖ Richardson

$$\frac{d}{dt} [\mathbf{X}^2] = 2 \mathbf{v} \cdot \mathbf{X} = 2 \mathbf{v}(t) \cdot \int_0^t \mathbf{v}(\tau) d\tau$$

$$\frac{d}{dt} [\mathbf{X}^2] = 2 \int_0^t \mathbf{v}(t) \cdot \mathbf{v}(t - \tau) d\tau$$

$$\frac{d}{dt} \langle \mathbf{X}^2 \rangle = 2 \int_0^t \langle \mathbf{v}(t) \cdot \mathbf{v}(t - \tau) \rangle d\tau$$

Problème de Taylor

Intermittence

Transport passif

❖ Advection-
diffusion

❖ Taylor

❖ Richardson

$$\frac{d}{dt} [\mathbf{X}^2] = 2 \mathbf{v} \cdot \mathbf{X} = 2 \mathbf{v}(t) \cdot \int_0^t \mathbf{v}(\tau) d\tau$$

$$\frac{d}{dt} [\mathbf{X}^2] = 2 \int_0^t \mathbf{v}(t) \cdot \mathbf{v}(t - \tau) d\tau$$

$$\frac{d}{dt} \langle \mathbf{X}^2 \rangle = 2 \int_0^t \langle \mathbf{v}(t) \cdot \mathbf{v}(t - \tau) \rangle d\tau$$

Tenseur des corrélations de vitesses Lagrangiennes :

$$\langle \mathbf{v}(t) \cdot \mathbf{v}(t - \tau) \rangle = Q_{ij}^L(\tau)$$

$$\langle \mathbf{u}^2 \rangle t_L = \int_0^\infty Q_{ii}^L(\tau) d\tau$$

Problème de Taylor

Intermittence

Transport passif

❖ Advection-
diffusion

❖ Taylor

❖ Richardson

$$\frac{d}{dt} [\mathbf{X}^2] = 2 \mathbf{v} \cdot \mathbf{X} = 2 \mathbf{v}(t) \cdot \int_0^t \mathbf{v}(\tau) d\tau$$

$$\frac{d}{dt} [\mathbf{X}^2] = 2 \int_0^t \mathbf{v}(t) \cdot \mathbf{v}(t - \tau) d\tau$$

$$\frac{d}{dt} \langle \mathbf{X}^2 \rangle = 2 \int_0^t \langle \mathbf{v}(t) \cdot \mathbf{v}(t - \tau) \rangle d\tau$$

Tenseur des corrélations de vitesses Lagrangiennes :

$$\langle \mathbf{v}(t) \cdot \mathbf{v}(t - \tau) \rangle = Q_{ij}^L(\tau)$$

$$\langle \mathbf{u}^2 \rangle t_L = \int_0^\infty Q_{ii}^L(\tau) d\tau$$

- $t \ll t_L$ petit : $Q_{ij}^L \simeq \langle \mathbf{u}^2 \rangle \Rightarrow \langle \mathbf{X}^2 \rangle \sim \langle \mathbf{u}^2 \rangle t^2$
- $t \gg t_L$ grand : $Q_{ij}^L \simeq Q_{ij}^L(\tau) \Rightarrow \langle \mathbf{X}^2 \rangle \sim \langle \mathbf{u}^2 \rangle t_L t$

Problème de Richardson

Un nuage de “particules passives” de rayon moyen R est sensible aux tourbillons de taille R . Donc :

$$\frac{dR}{dt} \sim V_R \sim (\epsilon R)^{1/3}$$

Intermittence

Transport passif

❖ Advection-diffusion

❖ Taylor

❖ Richardson

Problème de Richardson

Un nuage de “particules passives” de rayon moyen R est sensible aux tourbillons de taille R . Donc :

$$\frac{dR}{dt} \sim V_R \sim (\epsilon R)^{1/3}$$

$$\frac{dR^2}{dt} \sim \epsilon^{1/3} R^{4/3}$$

Intermittence

Transport passif

❖ Advection-diffusion

❖ Taylor

❖ Richardson

Problème de Richardson

Un nuage de “particules passives” de rayon moyen R est sensible aux tourbillons de taille R . Donc :

$$\frac{dR}{dt} \sim V_R \sim (\epsilon R)^{1/3}$$

$$\frac{dR^2}{dt} \sim \epsilon^{1/3} R^{4/3}$$

Pour la moyenne des écarts dans le nuage :

$$\frac{d \langle |\delta \mathbf{x}|^2 \rangle}{dt} \sim \epsilon^{1/3} \langle |\delta \mathbf{x}|^2 \rangle^{2/3}$$

Intermittence

Transport passif

❖ Advection-diffusion

❖ Taylor

❖ Richardson

Problème de Richardson

Un nuage de “particules passives” de rayon moyen R est sensible aux tourbillons de taille R . Donc :

$$\frac{dR}{dt} \sim V_R \sim (\epsilon R)^{1/3}$$

$$\frac{dR^2}{dt} \sim \epsilon^{1/3} R^{4/3}$$

Pour la moyenne des écarts dans le nuage :

$$\frac{d \langle |\delta \mathbf{x}|^2 \rangle}{dt} \sim \epsilon^{1/3} \langle |\delta \mathbf{x}|^2 \rangle^{2/3}$$

Par intégration ($g \sim 0.4 - 0.7$) :

$$\langle |\delta \mathbf{x}|^2 \rangle = g \epsilon t^3$$

Cette croissance est en pratique très intermittente.

Intermittence

Transport passif

❖ Advection-diffusion

❖ Taylor

❖ Richardson